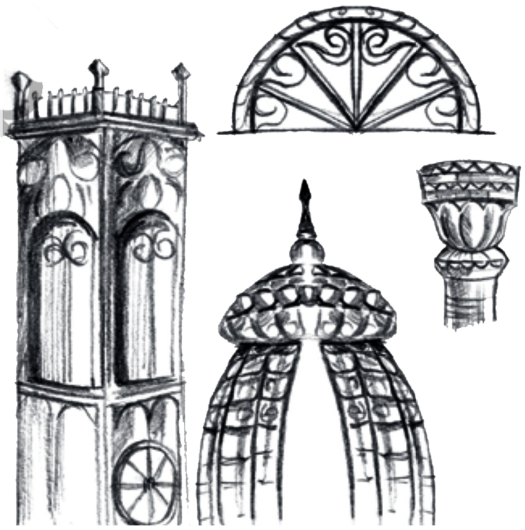
मूलभूत-ज्यामितीय-अवधारणा

अध्यायः 4

4.1 भूमिका

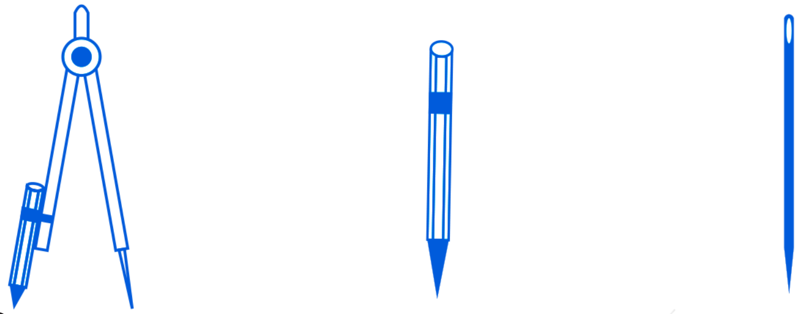


ज्यामितेः पुरातनः समृद्धः च इतिहासः अस्ति । ज्यामितिः इति शब्दः आङ्लसमान-यवन-शब्दात्' जियोमेट्रोन्' (Geometron) इत्यस्मात् निस्सृतः । जियो (Geo) इत्यस्यार्थः अस्ति भूमिः इति, मेट्रोन् (metron) इत्यस्यार्थः अस्ति मापनम् इति । इतिहासकाराणां मतानुसारेण पुरातन-काले प्रायः कला-शिल्पकला-भूमिमापनस्य आवश्यकतानां कारणेन ज्यामितीय-अवधारणाः विकसिताः । अत्र ते अपि अवसराः सम्मिलिताः सन्ति, यदा कस्यापि विवादस्य सम्भावनया विना कृषिभूमेः परिसीमानां निर्धारणं भवति स्म । वैभवपूर्णराजभवनानां, मन्दिराणां, सरोवराणां, नदीबन्धानाम् अपि च नगराणां निर्माणानि तथा च कला अपि च शिल्पकलाः एतासाम् अवधारणानाम् इतोऽपि प्रकाशनम् अकुर्वन् । अधुना अपि कला, शिल्पकला, अभियान्त्रिकता, वस्त्रविन्यासः इत्यादिरूपेण ज्यमितीय अवधारणानां प्रभावः दृश्यते । भवन्तः विभिन्नप्रकाराणां वस्तूनि यथा पेटिका, उत्पीठिका, पुस्तकं, भोजनपेटिका, कन्दुकम् इत्यादिवस्तूनि पश्यन्ति उपयोगमपि कुर्वन्ति । एतेषां सर्वेषां वस्तूनाम् आकाराः विभिन्नाः भवन्ति । मापिका, अङ्कनी इत्यादयः ऋजवः भवन्ति । वलयं, नाणकम् अथवा कन्दुकस्य चित्रं गोलाकारेण प्रतीयते । अत्र भवन्तः काञ्चन रुचिकर-तथ्यान् पठन्ति, यानि भवतः सर्वान् परितः विद्यमान-आकाराणाम् (आकृतीनां वा) विषये अधिकाधिकं ज्ञातुं साहाय्यं कुर्वन्ति ।

4.2 बिन्दुः

कागदे एकया अङ्कन्याः प्रान्तभागेन एकं चिह्नाङ्कनं कुर्वन्तु। यथा प्रान्तभागः तीक्ष्णः भवति तथा चिह्नम् अपि सूक्ष्मं भवति। प्रायः एकं अदृश्यं सूक्ष्मं चिह्नं भवतां कृते बिन्दोः अवधारणायाः अभ्यासं कारयति। बिन्दुः एकस्य स्थानस्य निर्धारणं करोति।

बिन्दुनिमित्तानि कानिचन उदाहरणानि च अपि सन्ति :



त्रिज्यायाः प्रान्तः — अङ्कन्याः तीक्ष्णः प्रान्तः — सूच्याः तीक्ष्णः प्रान्तः

यदि भवन्तः कागदस्य उपरि त्रीन् बिन्दून् अङ्कितान् कुर्वन्ति तर्हि किं भवन्तः त्रिषु बिन्दुषु भेदं वक्तुं आवश्यकताम् अनुभवन्ति। अतः एतान् बिन्दून् आङ्लभाषायाः स्थूलाक्षरेण A,B,C इत्यादिना व्यक्तीकुर्वन्ति।

• B

• A   एतान् बिन्दून् बिन्दुः A, बिन्दुः B, बिन्दुः C इति पठामः।

• C

बिन्दुं विना संशयः लघुः भवेत्।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

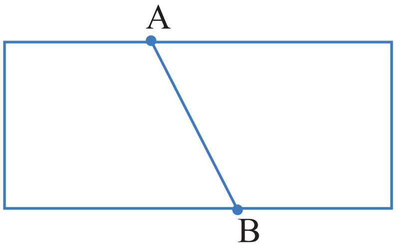
1. भवताम् अङ्कन्याः तीक्ष्णप्रान्तेन कागदे बिन्दुचतुष्टयम् अङ्कयन्तु। तथा तेषां कृते A, C, P एवं H इति नाम ददतु। एतेषां बिन्दूनां कृते विभिन्नप्रकारेण नाम ददतु। नामकरणस्य एकः प्रकारः अधोदर्शितायाः आकृतेः अनुसारं भवितुं शक्यते।

• A   • C

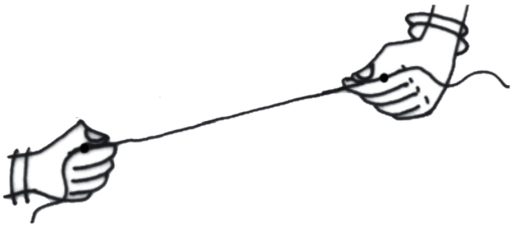
• P   • H

2. आकाशे एकं नक्षत्रं अस्माकं कृते बिन्द्वोः अवधारणायाः आभासं कारयति। दैनिकजीवनेन सम्बद्धाः पञ्च-स्थितीः वदन्तु।

4.3 रेखाखण्डः

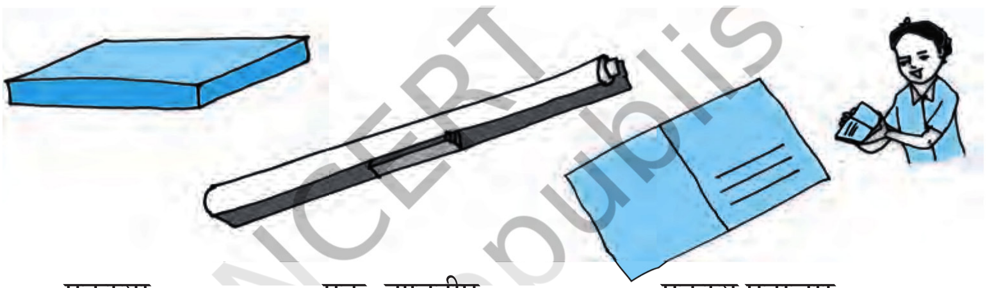


एकं कागदे पुटीकुर्वन्तु पुनः तद् उद्घाटयन्तु। किं भवन्तः किमपि पुटचिह्नं प्राप्तवन्तः ? अनेन एकस्य रेखाखण्डस्य अवधारणायाः आभासः अनुभूयते। अस्य द्वौ अन्यबिन्दू A अपि च B स्तः। एकं कृशं रज्जुं स्वीकुर्वन्तु। अस्य द्वौ अपि प्रान्तौ दृढतया गृह्णन्तु। एषः अपि एकस्य रेखाखण्डस्य निरूपणं करोति।



हस्ताभ्यां गृहीत-प्रान्तद्वयम् अस्य रेखाखण्डस्य अन्यबिन्दू स्तः।

रेखाखण्डस्य कानिचन उदाहरणानि अधोलिखितानि



एकस्याः मञ्जूषायाः तटम् — एकः दण्डदीपः — एकस्य पत्राचार-पत्रस्य तटम्

भवन्तः अपि समीपस्थ-रेखाखण्डानां कानिचन उदाहरणानि दातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।

एकस्य कागदस्य उपरि बिन्दुद्वयं A अपि च B इति अङ्कितं कुर्वन्तु। एतद् बिन्दुद्वयं सर्वसम्भावित-मार्गैः योजयितुं प्रयत्नं कुर्वन्तु (आकृतिः 4.1)।

आकृति 4.1

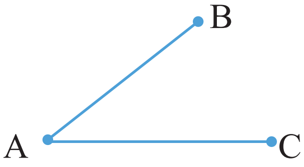
A तः B पर्यन्तं लघुतममार्गः कः अस्ति ?

A अपि च B इत्येतदद्वयं योजयितुं एषः लघुतममार्गः अस्ति। (अत्र बिन्दुः A अपि च बिन्दुः B सम्मिलितम् अस्ति) यः 4.1 इति दत्ताकृतौ दर्शितः वर्तते, एषः एकः रेखाखण्डः अस्ति। इदं AB अथवा BA इति दर्शयन्ति। बिन्दुः A अपि च बिन्दुः B अस्य रेखाखण्डस्य अन्तिम-बिन्दू स्तः।

प्रयत्नं कुर्वन्तु

1. संलग्न-आकृतौ दत्तरेखाखण्डानां नाम लिखन्तु (आकृतिः 4.2)।

   किं A इति बिन्दुः प्रत्येकं रेखाखण्डस्य कश्चन अन्तिमबिन्दुः अस्ति ?



4.4 एका रेखा

चिन्तयन्तु यत् A तः B पर्यन्तं रेखाखण्डम् A इत्यस्य अग्रे एकस्यां दिशि अपि च B इत्यस्य अग्रे एकस्यां दिशि किमपि अन्त्यं विना विस्तृतं कुर्मः (आकृतिं पश्यन्तु) । भवतां कृते रेखायाः एकम् उदाहरणम् अत्रैव लभ्यते ।

किं भवन्तः चिन्तयन्ति यत् भवन्तः कर्गजे पूर्णरेखां आलेखितुं शक्नुवन्ति ? न । किमर्थम् ?

द्वाभ्यां बिन्दुभ्यां A अपि च B इत्याभ्यां निसृतरेखां AB इत्यनेन निरूपणं कुर्मः । एषा द्वयोः दिशोः अनिश्चितरूपेण विस्तृता भवति । अस्याम् असङ्ख्यातबिन्दवः स्थिताः भवन्ति । (अस्य विषये चिन्तयन्तु)

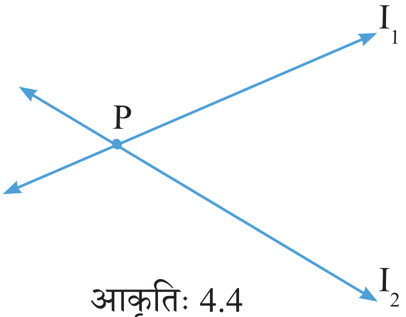
रेखां निश्चितां कर्तुं बिन्दुद्वयं पर्याप्तम् अस्ति । वयं वदामः यत् बिन्दुद्वयम् एकां रेखां निर्धारयन्ति ।

संलग्नाकृतिः रेखा (आकृतिः 4.3) PQ इत्यस्य अस्ति । यदा कदा अपि रेखा l,m इत्यादिभिः अक्षरैः व्यक्तीकुर्वन्ति ।

आकृतिः 4.3

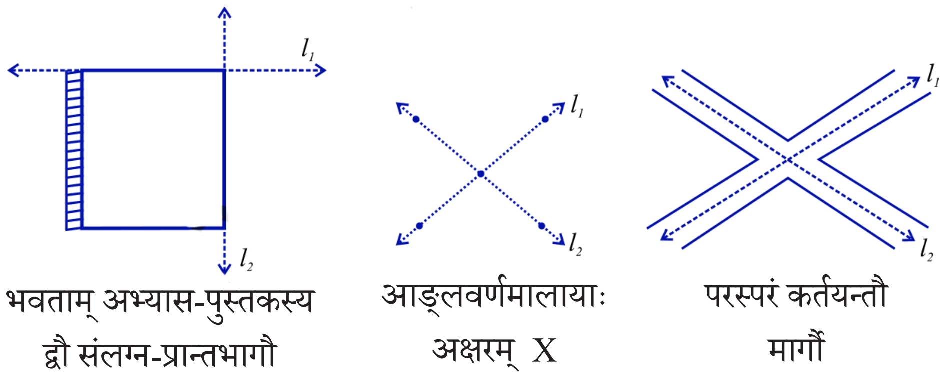
4.5 प्रतिच्छेदिरेखाः

4.4 इति सङ्लग्नाकृतिं पश्यन्तु । अत्र रेखाद्वयं I_1 I_2 दर्शितम् अस्ति । द्वे अपि रेखे बिन्दुं P इत्याख्यं छेदयित्या चलतः । वयं वदामः यत् रेखे I_1 अपि च I_2 P बिन्दुं प्रतिच्छेदं कुरुतः । यदि रेखाद्वये उभयनिष्ठः एकः बिन्दुः अस्ति चेत् तर्हि ते **प्रतिच्छेदिरेखे** इति वदामः ।



आकृतिः 4.4

प्रतिच्छेदिरेखानां कानिचन उदाहरणानि अधोभागे सन्ति ।



आकृतिः 4.5

प्रतिच्छेदिरेखायाः युग्मानाम् अन्यानि उदाहरणानि ज्ञातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु ।

एतत् कुर्वन्तु

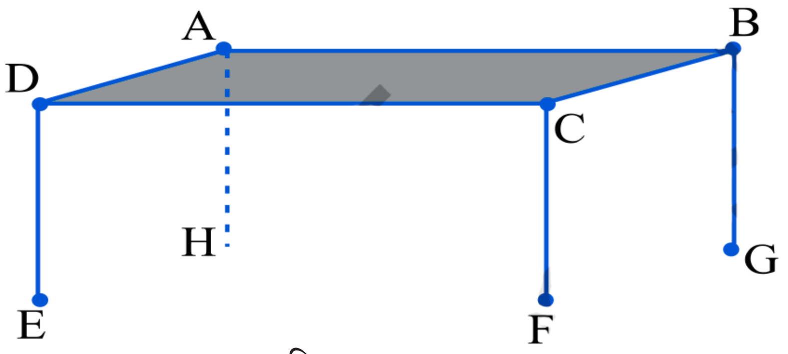
एकं कागदं स्वीकुर्वन्तु । द्विवारं पुटीकुर्वन्तु (पुटस्य चिह्नं कुर्वन्तु) यतः द्वे प्रतिच्छेदिरेखे प्राप्ते भवतः । अधुना चर्चां कुर्वन्तु ।

(a) किं रेखाद्वयं एकाधिक-बिन्दूनां प्रतिच्छेदं करोति ?

(b) किं द्व्यधिक-रेखाः एकस्मिन्नेव बिन्दौ प्रतिच्छेदं कुर्वन्ति ?

4.6 समानान्तर-रेखाः

आयान्तु, आकृतिः 4.6 इत्यस्यां दर्शिताम् उत्पीठिकां पश्यन्तु । अस्य उपरितनः प्रान्तभागः ABCD समः अस्ति । किं भवन्तः अन्यान् रेखाखण्डान् अथवा बिन्दून् पश्यन्तः सन्ति ? किम् अत्र प्रतिच्छेदिरेखाः सन्ति ?



आकृतिः 4.6

आम्, $\overleftrightarrow{AB}$ अपि च $\overleftrightarrow{BC}$, B बिन्दौ प्रतिच्छेदं कुरुतः । काः रेखाः A बिन्दौ प्रतिच्छेदं कुर्वन्ति ? काः रेखाः C बिन्दौ प्रतिच्छेदं कुर्वन्ति ? काः रेखाः D बिन्दौ प्रतिच्छेदं कुर्वन्ति ?

किं रेखे $\overleftrightarrow{AD}$ अपि च $\overleftrightarrow{CD}$ परस्परं प्रतिच्छेदं कुरुतः ?

किं रेखे AD अपि च BC परस्परं प्रतिच्छेदं कुरुतः ?

भवन्तः दृष्टवन्तः यत् उत्पीठिकायाः उपरि काश्चन रेखाः सन्ति याः परस्परं प्रतिच्छेदं न कुर्वन्ति (ताः यथेच्छं वर्धयितुं शक्यते)। AD अपि च BC एतादृशरेखानां एकं युग्मं कुरुतः । उत्पीठिकायाः उपरितनप्रान्ते किं भवन्तः कमपि एतादृशं रेखायाः युग्मं (याः कुत्रापि न स्पर्शन्ति) वक्तुं शक्नुवन्ति ?

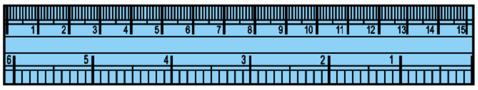
एतादृश-रेखाः याः प्रतिच्छेदं न कुर्वन्ति ताः **समानान्तर-रेखाः** इत्युच्यन्ते ।

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु ।

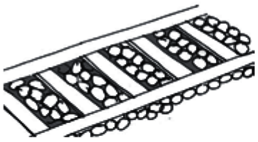
भवन्तः समानान्तररेखाः अन्यत्र कुत्र पश्यन्ति ? अस्य 10 उदाहरणानि ज्ञातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु ।

यदि द्वे रेखे AB अपि च CD समानान्तरे स्तः तर्हि वयम् इमे साङ्केतिकरूपेण $AB \parallel CD$ इति लिखामः ।

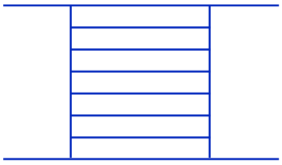
यदि द्वे रेखे I_1 अपि च I_2 समानान्तरे स्तः तर्हि वयं $I_1 \parallel I_2$ इति लिखामः।
किं भवन्तः अधोलिखित-आकृतिषु समानान्तर-रेखाः वक्तुं शक्नुवन्ति ?



मापिकायाः सम्मुख-तटौ



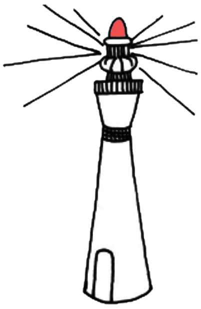
रेल्-मार्गः



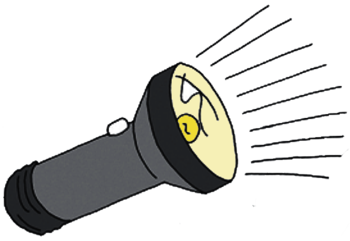
गवाक्षस्य शलाके

4.7 किरणः

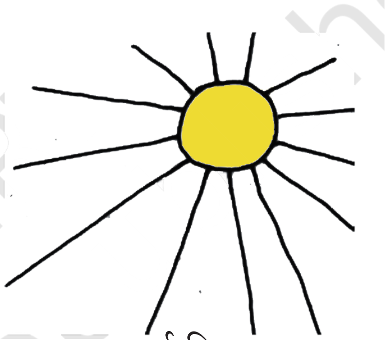
किरणस्य कृते काश्चन प्रतिकृतयः अधोलिखिताः सन्ति।



एकस्मात् प्रदीपगृहात् निस्सरन्तः प्रकाशकिरणाः



करदीपतः निस्सृतः प्रकाश-किरणाः



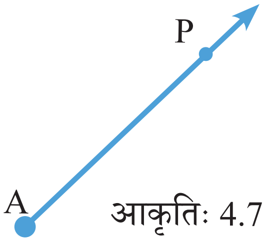
सूर्य-किरणाः

किरणः रेखायाः एकः भागः अस्ति। एषः एकस्मात् बिन्दोः प्रारभते (यं प्रारम्भ-बिन्दुः इति कथयामः)। अपि च एकस्यां दिशि अन्त्यं विना विस्तृतः भवति। अत्र किरणस्य दत्ताकृतिं (आकृतिः 4.7) पश्यन्तु। अस्मिन् किरणे बिन्दुद्वयम् अस्ति। तौ अपि च स्तः –

(a) A, यः प्रारम्भिकः बिन्दुः अस्ति।

(b) P, यः किरणे एकः अन्यः बिन्दुः अस्ति।

अमुं वयं AP इत्यनेन व्यक्तीकुर्मः।



आकृतिः 4.7

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु।

यदि $\overleftrightarrow{PQ}$ एकः किरणः अस्ति, तर्हि

(a) अस्य प्रारम्भिक-बिन्दुः कः अस्ति ?

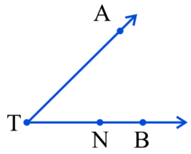
(b) बिन्दुः Q किरणे कुत्र भवति ?

(c) किं वयं वक्तुं शक्नुमः यत् Q अस्य किरणस्य प्रारम्भिक-बिन्दुः अस्ति ?

प्रयत्नं कुर्वन्तु

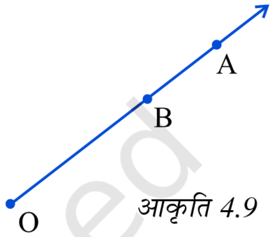
1. पुरतः दत्ताकृतौ (आकृतिः 4.8) दर्शितकिरणानां नाम लिखन्तु।

2. किं T सर्वकिरणानां प्रारम्भिकबिन्दुः अस्ति ?



आकृति 4.8

संलग्नाकृतौ 4.9 इत्यत्र एकः किरणः OA इति दत्तः। एषः O तः प्रारभते अपि च A बिन्दुं प्रविश्य गच्छति। एषः किरणः B बिन्दुमपि प्रविश्य गच्छति।



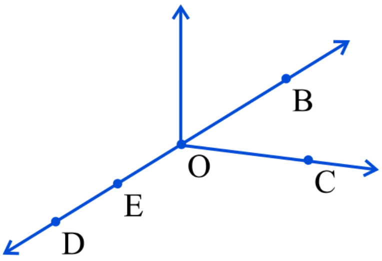
आकृति 4.9

किं भवन्तः अमुं $\overleftrightarrow{OB}$ इत्यपि वक्तुं शक्नुवन्ति। किमर्थम् ? अत्र $\overleftrightarrow{OA}$ अपि च $\overleftrightarrow{OB}$ एकमेव किरणं दर्शयतः। किं वयं किरणं $\overleftrightarrow{OA}$ इत्येतं किरणः $\overleftrightarrow{AO}$ इति लेखितुं शक्नुमः ? किमर्थं शक्नुमः अथवा किमर्थं न ?

पञ्च-किरणान् आलिखन्तु अपि च तेषां कृते नामाङ्कनं कुर्वन्तु। एतेषां किरणानां प्रान्तभागे विद्यमानः शरः किं दर्शयति ?

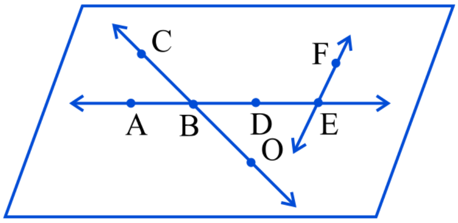
अभ्यासः 4.1

1. संलग्नाकृतिम् उपयुज्य अधोलिखितस्य नाम लिखन्तु।
   (a) पञ्च-बिन्दवः
   (b) एका रेखा
   (c) चत्वारः किरणाः
   (d) पञ्च-रेखाखण्डाः



2. संलग्नाकृतौ दत्तरेखायाः सर्व-सम्भवनीय-प्रकाराणां नाम लिखन्तु। भवन्तः चतुर्षु बिन्दुषु कमपि बिन्दुं प्रयोक्तुं शक्नुवन्ति।

3. संलग्नाकृतिं दृष्ट्वा नाम लिखन्तु।
   (a) रेखाः यत्र E बिन्दुः सम्मिलितः अस्ति।
   (b) A प्रविश्य गम्यमाना रेखा
   (c) सा रेखा यस्यां O बिन्दुः स्थितः अस्ति
   (d) प्रतिच्छेदिरेखायाः युग्मद्वयम्



4. अधोलिखितेषु प्रविश्य कति रेखाः आलेखिताः भवन्ति ?
   (a) एकः बिन्दुः (b) द्वौ बिन्दू

5. अधोलिखितासु स्थितिषु प्रत्येकं एकां सामान्याकृतिं रचयन्तु अपि च उचित-रूपेण तासां नामाङ्कनं कुर्वन्तु।

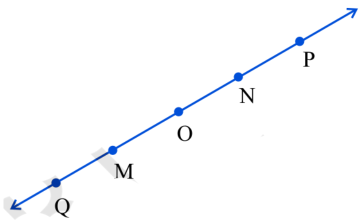
   (a) बिन्दुः P $\overleftrightarrow{AB}$ रेखाखण्डे स्थितः अस्ति।

   (b) रेखे $\overleftrightarrow{XY}$ अपि च $\overleftrightarrow{PQ}$ M बिन्दोः उपरि प्रतिच्छेदं कुरुतः।

   (c) I रेखायाम् अस्याः उपरि E अपि च F स्थितौ स्तः, परन्तु D स्थितः नास्ति।

   (d) $\overleftrightarrow{OP}$ अपि च $\overleftrightarrow{OQ}$ बिन्दोः O उपरि स्पृशतः।

6. रेखा MN इत्यस्याः संलग्नाकृतिं पश्यन्तु भवन्तः। अस्याः आकृतेः सन्दर्भे वदन्तु यत् अधोलिखितं कथनं सत्यम् अथवा असत्यम् इति।



   (a) Q, M, O, N अपि च P रेखायाः $\overleftrightarrow{MN}$ रेखायां उपरि विद्यमानबिन्दवः सन्ति।

   (b) M, O अपि च N $\overleftrightarrow{MN}$ रेखाखण्डे स्थितबिन्दवः सन्ति।

   (c) M अपि च N $\overleftrightarrow{MN}$ रेखाखण्डस्य अन्तिम-बिन्दू स्तः।

   (d) O अपि च N $\overrightarrow{OP}$ रेखाखण्डस्य अन्तिम-बिन्दू स्तः।

   (e) M $\overline{QO}$ इत्यस्य द्वयोः अन्त्यबिन्द्वोः मध्ये एकः बिन्दुः अस्ति।

   (f) M $\overline{OP}$ किरणस्य स्थितः एकः बिन्दुः अस्ति।

   (g) $\overrightarrow{OP}$ किरणः, $\overrightarrow{QP}$ किरणः इत्यनेन भिन्नः अस्ति।

   (h) $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OM}$ किरणौ समानौ स्तः।

   (i) $\overrightarrow{OM}$ किरणः, $\overrightarrow{OP}$ किरणात् विरुद्धः नास्ति।

   (j) O बिन्दुः, $\overrightarrow{OP}$ किरणस्य प्रारम्भिकः बिन्दुः अस्ति।

   (k) N बिन्दुः, $\overrightarrow{NP}$ किरणस्य अपि च $\overrightarrow{NM}$ किरणस्य इत्यस्य प्रारम्भिकः बिन्दुः अस्ति।

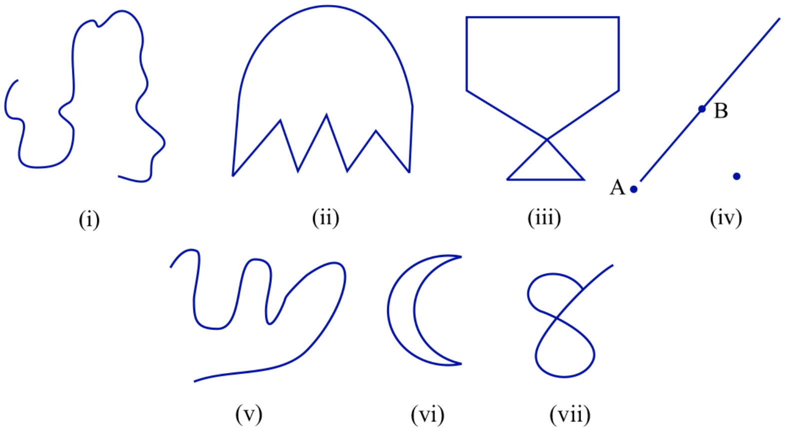
4.8 वक्रः

किं भवन्तः यदा कदापि कागदस्योपरि अङ्कन्याः द्वारा तिर्यक् रेखाः आलेखितवन्तः ? अपि च तिर्यक-रेखा-करणेन याः आकृतयः प्राप्यन्ते ताः वयं **वक्राः** इति वदामः।

एतासु भवन्तः काश्चन आकृतीः अङ्कनीं पौनः पुन्येन उत्थापनेन विना अपि च मापिकायाः प्रयोगेण विना एव आलेखितुं शक्नुवन्ति। एताः सर्वाः आकृतयः वक्राः सन्ति (आकृतिः 4.10)।

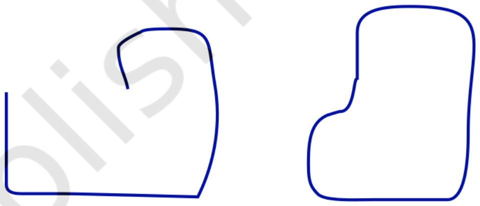
सामान्य भाषायां वक्रस्य अर्थः अस्ति ऋजुः नास्ति इति। गणिते तु वक्रः ऋजुः अपि भवितुं शक्नोति यथा चित्रे दर्शितः वर्तते [आकृतिः 4.10 (iv)]।

अवधानं यच्छन्तु यत् आकृतिः 4.10 इत्यत्र वक्राः (iii) अपि च (vii) स्वयं स्वस्य कर्तनं कुर्वन्ति तथा च (i), (ii), (vi) इत्यत्र वक्राः स्वयं स्वस्य कर्तनं न कुर्वन्ति। यदि कोऽपि वक्रः स्वयं न कर्तयति सः **वक्रः सरलः वक्रः** इति उच्यते।



पञ्च-सरलवक्रान् अपि च पञ्च-असरलवक्रान् आलिखन्तु।

अधुना अत्र पश्यन्तु (आकृतिः 4.11)।



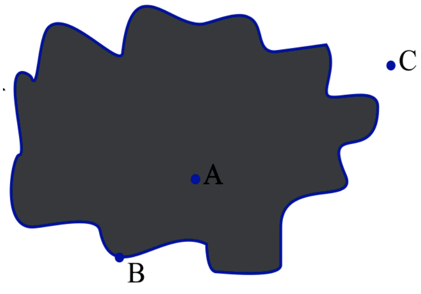
4.11 इति संलग्नाकृतौ दत्त-द्वयोः वक्रयोः मध्ये किम् अन्तरम् अस्ति ? प्रथमः अर्थात् आकृतिः 4.11 (i) वक्रः एकः उद्घाटितः वक्रः अस्ति। अपि च द्वितीयः आकृतिः 4.11 (ii) एकः पिहितः वक्रः अस्ति। किं भवन्तः आकृतौ 4.10 (i), (ii), (v) अपि च (vi) इत्यत्र उद्घाटितम् पिहितं च वक्रं वक्तुं शक्नुवन्ति ?

एकस्याम् आकृतौ स्थितयः

एकस्मिन् टेनिस्-क्रीडाङ्गणे क्रीडाङ्गण-रेखा, तत् क्रीडाङ्गणं भागत्रये विभाजयति। ते च भागाः इत्थं सन्ति रेखायाः एकतः, रेखायाम् अपि च रेखायाः अपरतः। भवन्तः एकतः अन्यत्र रेखायाः प्रवेशेन विना गन्तुं न पारयन्ति।

भवतां गृहस्य सीमा, गृहं मार्गतः। भवन्तः परिसरस्य अन्तः, सीमाभित्तेः परिसीमा अपि च परिसारात् बहिः इत्यादिविषये वदन्ति।

अनेन प्रकारेण एकेन बन्धवक्रेण सम्बन्धितं भागत्रयं भवति।



(i) वक्रस्य अन्तस्थभागः

(ii) वक्रस्य परिसीमा

(iii) वक्रस्य बहिर्भागः

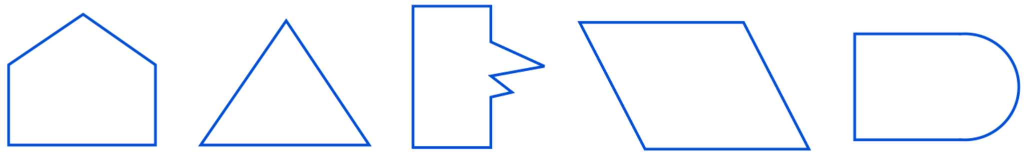
सम्मुखाकृतौ 4.12 इत्यत्र A वक्रस्य अन्तः अस्ति, C वक्रस्य बहिर्भागे अस्ति अपि च B स्वयं

परिसीमायाः उपरि अस्ति।

वक्रस्य अन्तर्भागं तस्य परिसीमां च योजयित्वा तस्य वक्रस्य क्षेत्रम् इति वदामः।

4.9 बहुभुजः

अधः दत्ताकृत्यः 4.13 (i), (ii), (iii), (iv) अपि च (v) एताः पश्यन्तु।



भवन्तः दर्शिताकृतीनां विषये किं वक्तुं शक्नुवन्ति ? किम् एताः पिहित-आकृतयः सन्ति ? आकृतिः परस्परं कथं भिन्ना अस्ति ? आकृतिः 4.13 (i), (ii), (iii) अपि च (iv) इत्येताः विशेषाः आकृतयः सन्ति। यतो हि एताः केवलं रेखाखण्डैः निर्मिताः सन्ति। एतादृशाः आकृतयः **बहुभुजाः** इति कथ्यन्ते। अतः काचित् आकृतिः बहुभुजः भवति यावत्पर्यन्तं सा काचित् सरलबद्धा आकृतित्वेन स्यात् अपि च केवलं रेखाखण्डैः एव निर्मिता स्यात्। एताः वयं बहुभुजाः इति वदामः। दशानां पृथक् पृथक् आकृतियुक्तानां बहुभुजानां निर्माणं कुर्वन्तु।

एतानि सम्पादयन्तु।

अधोलिखितैः सह बहुभुजम् रचयितुं प्रयत्नं कुर्वन्तु

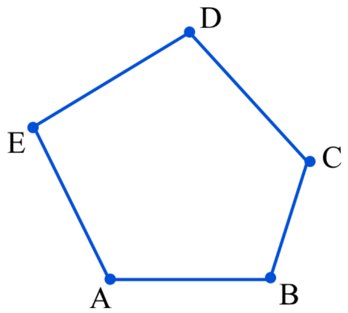
1. पञ्च-अग्निशलाकाः
2. चतस्रः अग्निशलाकाः
3. तिस्रः अग्निशलाकाः
4. द्वे अग्निशलाके

कस्मिन् सन्दर्भे अस्य सम्भवनीयता नास्ति ? किमर्थम् ?

भुजाः, शीर्षकम् अपि च विकर्णः

4.14 संलग्नाकृतिं पश्यन्तु। अमुं बहुभुजः इति वक्तुं कानिचन कारणानि ददतु। एकस्य बहुभुजस्य निर्माणं कुर्वाणाः रेखाखण्डाः तस्य भुजाः इत्युच्यन्ते।

ABCDE बहुभुजस्य इत्यस्य भुजानां नाम किमस्ति ? (अवधानं ददतु यत् कोणान् कस्मिन् क्रमे योजयित्वा बहुभुजस्य नाम लिखितं वर्तते इति।)



अस्य भुजाः $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ अपि च $\overline{EA}$ सन्ति।

द्वौ भुजौ यत्र मिलतः तं बिन्दुं वयं बहुभुजस्य शीर्षबिन्दुः इति वदामः।

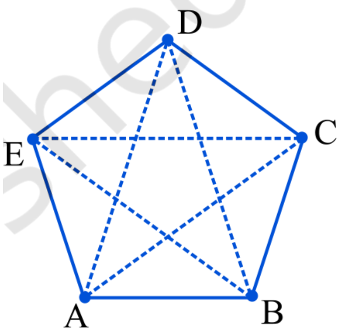
भुजौ $\overline{AE}$ अपि च $\overline{ED}$ बिन्दौ E इत्यत्र मिलतः, अतः E ABCDE बहुभुजस्य इत्यस्य शीर्षकम् अस्ति। B अपि च C अस्य अन्य-शीर्षकद्वयम् अस्ति। किं भवन्तः एतेषु बिन्दुषु मेलिष्यमाण-भुजानां नाम लेखितुं शक्नुवन्ति ?

किं भवन्तः ABCDE इति दर्शितस्य बहुभुजस्य अन्येषां शीर्षकानां नाम लेखितुं शक्नुवन्ति ?

कौ अपि द्वौ भुजौ ययोः एकः उभयनिष्ठः बिन्दुः भवेत् ते **आसन्नभुजौ इति** उच्येते।

किं AB अपि च BC आसन्नभुजौ स्तः ? भवन्तः AE अपि च DC अनयोः विषये किं वक्तुं शक्नुवन्ति ?

एकस्य बहुभुजस्य एव भुजस्य अन्त्यबिन्दू **आसन्न-शीर्षे** स्तः। शीर्षकं E अपि च D आसन्नशीर्षके स्तः, यत्र शीर्षकं A अपि च D आसन्नशीर्षके न स्तः। किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति किमर्थमिति ?



तानि शीर्षकाणि स्वीकुर्वन्तु यानि शीर्षकाणि न सन्ति। एतादृशानां शीर्षकाणां मेलनेन निर्मित-रेखाखण्डं बहुभुजस्य **विकर्णः** इति वदामः।

संलग्नाकृतौ $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ इति रेखाखण्डाः अपि च $\overline{CE}$ बहुभुजस्य विकर्णाः सन्ति।

किं $\overline{BC}$ रेखाखण्डः एकः विकर्णः अस्ति ? किमर्थम् अथवा किमर्थं न ?

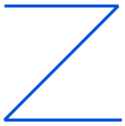
किं भवन्तः आसन्न-शीर्षकान् योजयित्वा विकर्णं प्राप्तुं शक्नुवन्ति ?

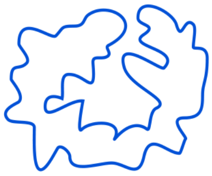
आकृत्याः ABCDE (आकृतिः 4.15) इत्यस्याः सर्वेषां भुजानाम्, आसन्नभुजानाम्, आसन्न-शीर्षकाणाम् नाम लिखन्तु।

एकं बहुभुजं ABCDEFGH निर्मान्तु अपि च तस्य सर्वेषां भुजानाम् आसन्नभुजानां तथा शीर्षकेन सह विकर्णानां नाम लिखन्तु।

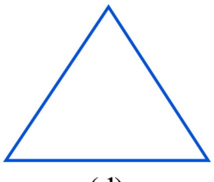
अभ्यासः 4.2

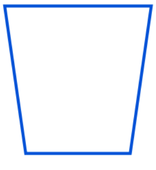
1. अधः दत्तानां वक्राणां (i) उद्घाटित-वक्रः (ii) पिहित-वक्रः इति रूपेण वर्गीकरणं कुर्वन्तु।


(a)


(b)

(c)


(d)


(e)

2. अधोलिखितान् स्पष्टयितुं सामान्याकृतिं रचयन्तु।

(a) उद्घाटित-वक्रः (b) पिहित-वक्रः

3. कमपि बहुभुजं रचयन्तु अपि च तस्य अन्तर्भागं छायाङ्कितं कुर्वन्तु।

4. संलग्नाकृतिं दृष्ट्वा अधोलिखितप्रश्नानाम् उत्तरं ददतु।

(a) किम् एषः एकः वक्रः ?

(b) किं एषः एकः पिहितः ?

5. सामान्याकृतिं रचयित्वा यदि अपेक्षा अस्ति तर्हि अधोलिखितान् स्पष्टयन्तु।

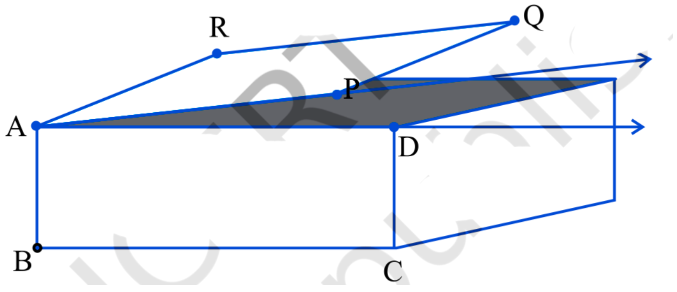
(a) एकः पिहितः वक्रः यः बहुभुजः नास्ति।

(b) केवलं रेखाखण्डैः निर्मित उद्घाटितः वक्रः।

(c) द्वाभ्यां भुजाभ्यां सहितः कश्चन बहुभुजः।

4.10 कोणः

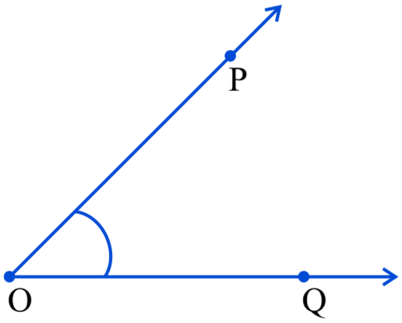
यदा कोणाः भवन्ति तदा कोणाकृतेः निर्माणम् अपि भवति।



अत्र एका आकृतिः 4.16 दत्ता अस्ति, यत्र एकस्याः मञ्जूषायाः उपरितनः प्रान्तभागः पिञ्जयुक्त-द्वारम् इव अस्ति। मञ्जूषायाः तटः AD अपि च द्वरस्य तटः AP अनयोः $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AP}$ इति द्वयोः किरणयोः रूपेण कल्पनां कर्तुं शक्यते। द्वयोः अपि किरणयोः एकः उभयनिष्ठः अन्त्यबिन्दुः A अस्ति द्वौ अपि किरणौ मिलित्वा एकं कोणं निर्मितः।

उभयनिष्ठ-प्रारम्भिकबिन्दुभ्यां एकः कोणः भवति।

कोणं रचयितुं यौ किरणौ साहाय्यं कुरुतः तौ तस्य भुजौ इति वदामः। उभयनिष्ठ-प्रारम्भिक-बिन्दुः कोणस्य शीर्षभागः इत्युच्यते।



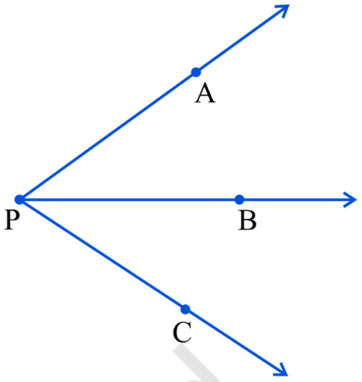
संलग्नाकृतौ किरणाभ्यां $\overleftrightarrow{OP}$ अपि च $\overleftrightarrow{OQ}$ इत्याभ्यां निर्मितः एकः कोणः दर्शितः अस्ति। कोणं दर्शयितुं शीर्षके एकस्य लघुवक्रस्य प्रयोगः कृतः। O अस्य कोणस्य शीर्षकम् अस्ति। अस्य कोणस्य भुजौ कौ ? किम् एतौ किरणौ $\overleftrightarrow{OP}$ अपि च $\overleftrightarrow{OQ}$ न स्तः ?

अमुं कोणं वयं केन प्रकारेण नामाङ्कितं कर्तुं शक्नुमः ? वयम् इत्थमपि वक्तुं शक्नुमः यत् एषः O इत्यत्र एकः कोणः अस्ति एवम् अधिकविशिष्टार्थं वयं कोणस्य द्वाभ्यां भुजाभ्यां एकम् एकं बिन्दुं

स्वीकृत्य अपि च तस्य शीर्षकं स्वीकृत्य कोणस्य नाम लिखामः । अनेन प्रकारेण अमुं कोणं, कोणः POQ इति नाम दद्मः । वयं एतद् ∠POQ इत्यनेन व्यक्तीकुर्मः ।

चिन्तयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अपि च लिखन्तु ।

संलग्नाकृतिं 4.18 पश्यन्तु । अस्य कोणस्य नाम किम् ? किं वयम् अमुं ∠P इति वक्तुं शक्नुमः ? परन्तु कं कोणं वयं ∠P इति वदामः ? ∠P इत्यनेन अस्माकं तात्पर्यं किम् ?



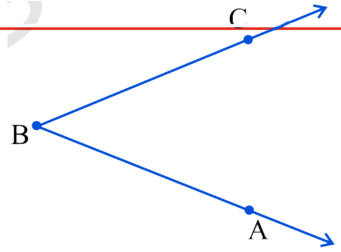
किम् एकं कोणं केवलं तस्य शीर्षकद्वारा नामाङ्कनकरणम् अत्र सहायकं भवति ? किमर्थं न ?

∠P इत्यस्यार्थः अत्र ∠APB अथवा ∠CPB अथवा ∠APC इति भवितुं शक्यते । अतः अत्र इतोऽपि सूचनायाः आवश्यकता अस्ति ।

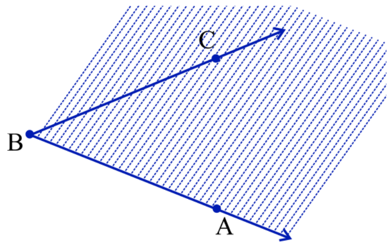
अवधानं ददतु यत् कोणलेखन-समये तस्य शीर्षकस्य अक्षरं सदैव मध्ये लिखितं भवति ।

एतत् कुर्वन्तु

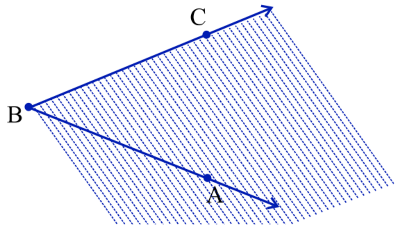
∠ABC इति कमपि कोणं स्वीकुर्वन्तु ।



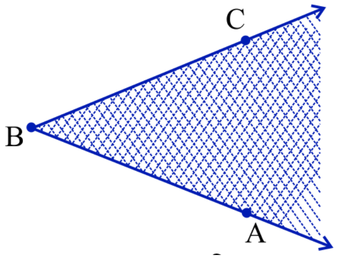
$\overleftrightarrow{BA}$ इति परिसीमां स्वीकृत्य तद्भागं $\overleftrightarrow{BC}$ इत्यस्य अभिमुखं छायाङ्कितं कुर्वन्तु ।



अधुना $\overleftrightarrow{BC}$ इति परिसीमां स्वीकृत्य अन्येन वर्णेन तद्भागं $\overleftrightarrow{BA}$ इत्यस्य अभिमुखं छायाङ्कितं कुर्वन्तु ।

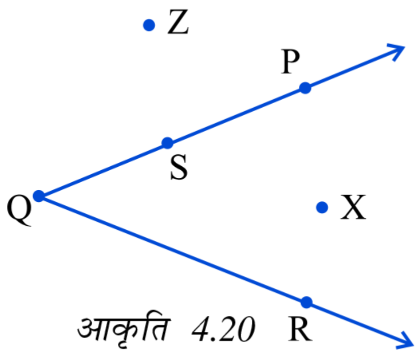


द्वयोः अपि प्रकारयोः छायाङ्कितभागे उभयनिष्ठः भागः ∠ABC इत्यस्य अन्तः अस्ति (आकृतिः 4.19)।



(अवधानं ददतु यत् अन्तर्भागः एकं सीमितं क्षेत्रं नास्ति । एतत् अनिश्चितरूपेण विस्तृतः अस्ति यतो हि कोणस्य द्वौ अपि भुजौ अनिश्चितरूपेण स्वाभिमुखे विस्तृतौ वर्तेते ।

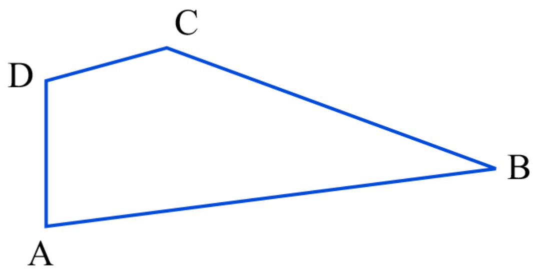
संलग्नाकृतौ 4.20 इत्यत्र X कोणस्य अन्तर्भागे स्थितः अस्ति। Z कोणस्य अन्तः स्थितः नास्ति। एषः कोणस्य बहिर्भागे स्थितः अस्ति। बिन्दुः S स्वयं ∠PQR इत्यस्य उपरि स्थितः अस्ति। अतः कोणेन सम्बन्धितानि अपि त्रीणि क्षेत्राणि भवन्ति।



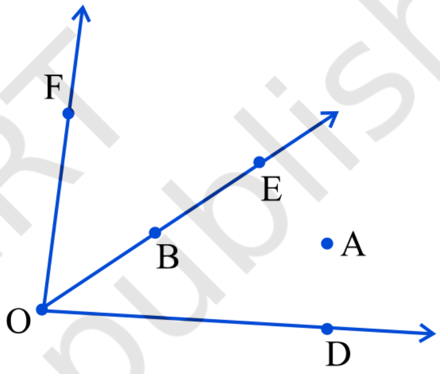
आकृति 4.20

अभ्यासः 4.3

1. अधोलिखितायाम् आकृतौ कोणानां नाम लिखन्तु।



2. संलग्नाकृतौ तान् बिन्दून् लिखन्तु ये –
   (a) ∠DOE इत्यस्य अन्तः स्थिताः सन्ति।
   (b) ∠EOF इत्यस्य बहिर्भागे स्थिताः सन्ति।
   (c) ∠EOF इत्यस्य उपरि।

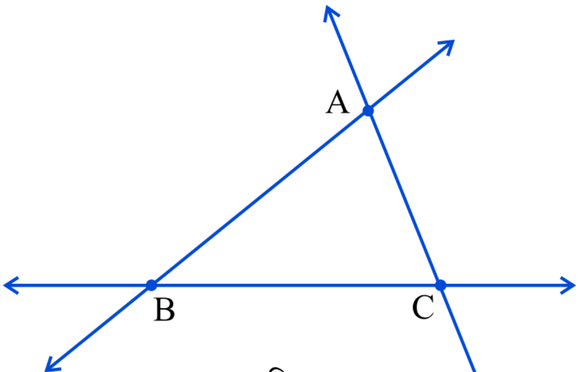


3. द्वयोः कोणयोः सामान्याकृतीः रचयन्तु याभिः –
   (a) तस्याम् एकः बिन्दुः उभयनिष्ठः भवेत्।
   (b) तस्यां बिन्दुद्वयम् उभयनिष्ठं भवेत्।
   (c) तस्यां त्रयः बिन्दवः भवेयुः।
   (d) तस्यां चत्वारः बिन्दवः भवेयुः।
   (e) तस्यां एकः किरणः उभयनिष्ठः भवेत्।

4.11 त्रिभुजः

त्रिभुजः एकः भुजत्रयेण सहितः बहुभुजः भवति। वास्तवे तु एषः न्यूनतम-भुजेन सहितः बहुभुजः अस्ति।

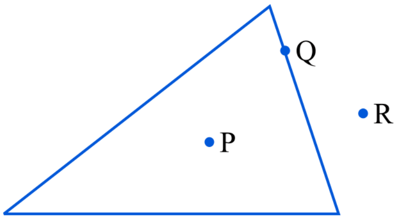
संलग्नाकृतौ 4.21 दत्तत्रिभुजं पश्यन्तु। वयं ABC त्रिभुजस्य इत्यस्य कृते साङ्केतिकरूपेण △ABC इति लिखामः। △ABC इत्यत्र कति भुजाः सन्ति ? अस्मिन् कति कोणाः सन्ति ?



आकृति 4.21

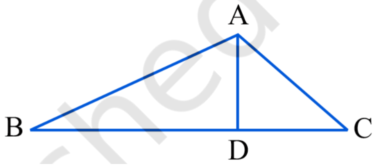
अस्य त्रिभुजस्य त्रयः भुजाः $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ अपि च $\overline{CA}$ अस्ति। अस्य त्रयः कोणाः सन्ति – ∠BAC, ∠BCA अपि च ∠ABC। बिन्दवः A,B अपि च C त्रिभुजस्य शीर्षकाः इति उच्यन्ते।

एकः बहुभुजः अस्ति इति कारणेन एकस्य त्रिभुजस्य एकः बर्हिर्भागः भवति एवम् एकः अन्तर्भागः भवति। संलग्नाकृतौ 4.22 इत्यत्र P बिन्दुः त्रिभुजस्य अन्तर्भागे अपि च R बिन्दुः त्रिभुजस्य बहिर्भागे अपि च Q स्वयं त्रिभुजे स्थिताः सन्ति।



अभ्यासः 4.4

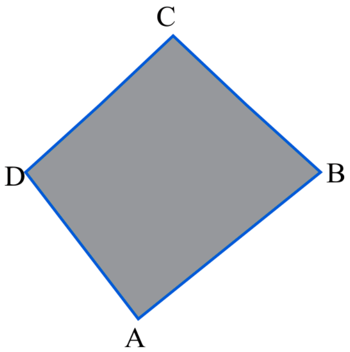
1. त्रिभुजः ABC इत्यस्य एकं सामान्यं चित्रं रचयन्तु। अस्य त्रिभुजस्य अन्तः एकं बिन्दुं P इति अङ्कितं कुर्वन्तु अपि च अस्य बहिः एकं बिन्दुं Q इति अङ्कितं कुर्वन्तु। किं बिन्दुः A अस्य अन्तः स्थितः अस्ति अथवा बहिः स्थितः अस्ति ?
2. (a) संलग्नाकृतौ त्रयाणां त्रिभुजानाम् अभिज्ञानं कुर्वन्तु।
   (b) सप्त-कोणानां नाम लिखन्तु।
   (c) अस्यामेव आकृतौ षड्-कोणानां नाम लिखन्तु।
   (d) कयोः द्वयोः त्रिभुजयोः $\angle B$ उभयनिष्ठः अस्ति ?

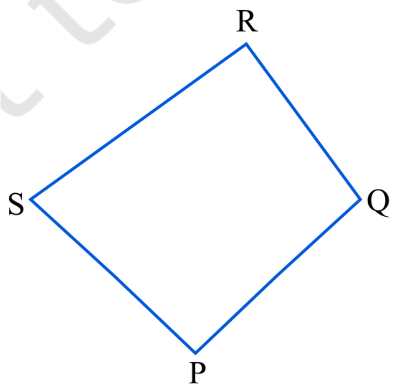


4.12 चतुर्भुजः

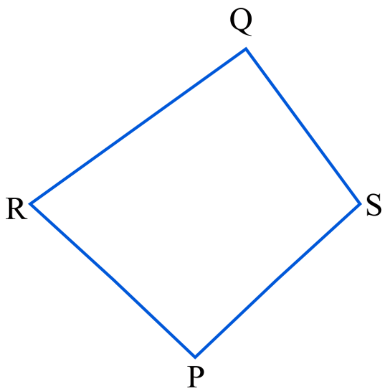
चतुर्भिः भुजैः सहितः बहुभुजः चतुर्भुजः इति वदामः। अस्य चतुर्भुजाः अपि च चत्वारः कोणाः भवन्ति। यथा एकस्य त्रिभुजस्य अन्तर्भागः वर्तते तथैव अस्यापि अन्तर्भागं द्रष्टुम् अर्हन्ति।

ABCD चतुर्भुजस्य (आकृतिः 4.23) चत्वारः भुजाः AB BC CD अपि च DA सन्ति। अस्य चत्वारः कोणाः $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ अपि च $\angle D$ सन्ति।





एषः चतुर्भुजः PQRS अस्ति।

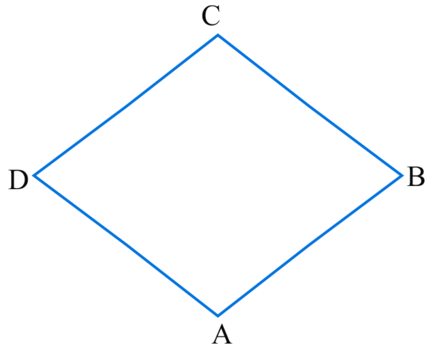


किम् एषः चतुर्भुजः PQRS अस्ति ?

ABCD इत्यस्मिन् चतुर्भुजे इत्यत्र AB अपि च BC आसन्नभुजौ स्तः। किं भवन्तः आसन्नभुजयोः अन्ययुग्मयोः नाम लेखितुं शक्नुवन्ति ?

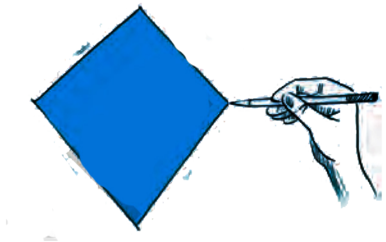
अस्मिन् चतुर्भुजे AB अपि च DC **सम्मुखभुजौ स्तः**। सम्मुखभुजयोः अन्ययुग्मयोः नाम लिखन्तु।

∠A अपि च ∠C चतुर्भुजस्य ABCD इत्यस्य **सम्मुखकोणौ** इत्युच्येते। अनेन प्रकारेण ∠D अपि च ∠B अपि सम्मुखकोणौ स्तः। स्वाभाविकम् अस्ति यत् ∠A अपि च ∠B **आसन्नकोणौ** स्तः। इदानीं भवन्तः आसन्नकोणानाम् अन्ययुग्मौ लेखितुं शक्नुवन्ति।



अभ्यासः 4.5

1. PQRS चतुर्भुजस्य इत्यस्य एकं सामान्यचित्रं रचयन्तु। अस्य विकर्णम् आलिखन्तु। अस्य नाम लिखन्तु। किं विकर्णस्य प्रतिच्छेदबिन्दुः चतुर्भुजस्य अन्तः अस्ति अथवा बहिः अस्ति ?



2. चतुर्भुजस्य KLMN इत्यस्य एकं सामान्यं चित्रम् आलिखन्तु। वदन्तु –
   (a) सम्मुखभुजानां द्वौ युग्मौ
   (b) सम्मुखकोणानां द्वौ युग्मौ
   (c) आसन्नभुजानां द्वौ युग्मौ
   (d) आसन्नकोणानां द्वौ युग्मौ
3. **अन्वेषणं कुर्वन्तु।**
   पट्टिकाः अपि च तासां बन्धनार्थं वस्तूनि स्वीकृत्य एकं त्रिभुजं निर्मान्तु तथा च एकं चतुर्भुजं निर्मान्तु। त्रिभुजस्य कस्यापि एकस्य शीर्षकस्य उपरि पट्टिकाः अन्तर्भागे इतोऽपि नोदितुं प्रयत्नं कुर्वन्तु। इदमेव कार्यं चतुर्भुजस्य कृते अपि कुर्वन्तु। किं त्रिभुजे किमपि परिवर्तनम् आगतम् ? किं चतुर्भुजे किमपि परिवर्तनम् आगतम्। किं त्रिभुजः एका दृढाकृतिः अस्ति ? किं कारणं स्यात् यत् विद्युद्स्तम्भ-सदृशेषु संरचनेषु त्रिभुजीय-आकाराणां प्रयोगं कुर्वन्ति ? चतुर्भुजं किमर्थं न कुर्वन्ति ?

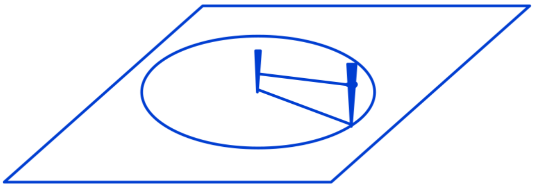
4.13 वृत्तः

भवन्तः स्व-पर्यावरणे अनेकानि वस्तूनि प्राप्नुवन्ति यानि गोलाकाराणि भवन्ति। यथा चक्र, वलयं, नाणकम् इत्यादीनि। वयम् अनेकप्रकारेण गोलाकारस्य प्रयोगं कुर्मः। कस्यचित् भारयुक्तस्य स्टील्-निर्मितस्य गोलाकारवस्तुनः आकर्षणापेक्षया उत्थापनस्य वा अपेक्षया तस्य चक्रत्वेन चालनम् अपकर्षणं वा बहुसरलं भवति।

वृत्तः एकः सरल-पिहित-वक्रः अस्ति यः एकः बहुभुजः नास्ति। अस्यापि केचन विशिष्टाः गुणाः सन्ति।

एतत् कुर्वन्तु

- एकं वलयम् अथवा किमपि गोलाकारं वस्तु स्वीकृत्य कागदस्योपरि स्थापयन्तु अपि च तत् परितः अङ्कनीं भ्रामयित्वा एकां वृत्ताकृतिं कुर्वन्तु।
- यदि भवतां कृते एकं वृत्ताकारकम् उद्यानं निर्मातव्यम् अस्ति चेत् तर्हि भवन्तः किं कुर्वन्ति ?



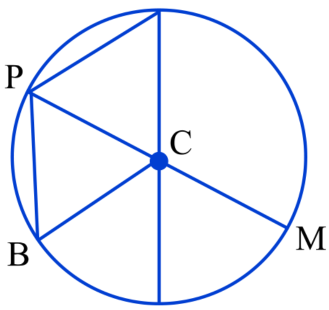
दण्डद्वयम् अपि च एकं रज्जुं स्वीकुर्वन्तु। एकं दण्डं भूमौ स्थापयन्तु। एषः आलेख्यमानस्य वृत्तस्य केन्द्रः अस्ति। रज्जोः प्रान्तद्वये अपि प्रत्येकमेकां ग्रन्थिं कुर्वन्तु। एकां ग्रन्थिं केन्द्र-दण्डे स्थापयन्तु। एकां च अन्यस्मिन् दण्डे स्थापयन्तु। अपि च दण्डद्वयं भूमेः ऊर्ध्वाधरं स्थापयन्तु। रज्जुं दृढं गृहीत्वा भूमौ द्वितीयदण्डं भ्रामयित्वा एकस्य पथस्य निर्माणं कुर्वन्तु। भवन्तः एकं वृत्तं प्राप्नुवन्ति।

स्वाभाविकम् अस्ति यत् वृत्तस्योपरि स्थितः प्रत्येकं बिन्दुः केन्द्रात् समाने दूरे अस्ति।

वृत्तस्य भागाः

4.24 संलग्नाकृतौ इत्यस्यां केन्द्रः C इति एकः वृत्तः अस्ति।

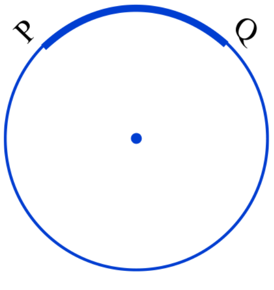
A,P,B,M वृत्तस्योपरि स्थिताः केचन बिन्दवः सन्ति। भवन्तः पश्यन्ति यत् CA = CB = CP = CM अस्ति।



प्रत्येकं रेखाखण्डः $\overline{CA}$, $\overline{CB}$, $\overline{CP}$ अथवा $\overline{CM}$ वृत्तस्य एका **त्रिज्या** अस्ति। त्रिज्या सा रेखाखण्डरूपा भवति या वृत्तस्योपरि स्थितं बिन्दुं केन्द्रेण सह योजयति। अस्याम् एव आकृतौ $\overline{CP}$ अपि च $\overline{CM}$ एतादृश्यौ त्रिज्ये स्तः यत् बिन्दवः P, C, M एकस्यां रेखायाम् अस्ति। रेखाखण्डः $\overline{PM}$, वृत्तस्य एकः **व्यासः** इत्युच्यते।

किं वृत्तस्य व्यासः तस्य त्रिज्यायाः द्विगुणः अस्ति ? आम्। वृत्तस्योपरि स्थितबिन्दुद्वयं यः रेखाखण्डः योजयति तं **जीवा** इति वदामः।

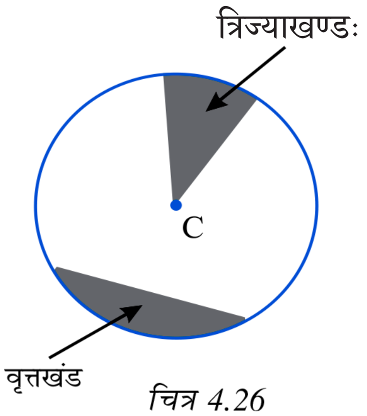
अनेन प्रकारेण PB वृत्तस्य एका जीवा अस्ति। किं $\overline{PM}$ वृत्तस्य अपि एकः जीवः अस्ति ?



वृत्तस्य एकः भागः तस्य चापः इत्युच्यते। यदि P अपि च Q वृत्ते स्थितौ बिन्दू स्तः तर्हि भवतां कृते चापः PQ प्राप्यते। वयं अमुं $\overset{\frown}{PQ}$ इति व्यक्तीकुर्मः (आकृतिः 4.25)।

कोऽपि सरल-पिहित-वक्रः इव भवन्तः एकस्य **वृत्तस्य अन्तः** अपि च **बहिर्भागस्य** विषये चिन्तयितुं शक्नुवन्ति। वृत्तीय-क्षेत्रस्य सः भागः यः द्वे त्रिज्ये अपि च चापेन परिवृत्य रचितः

भवति अपि च एकः **त्रिज्याखण्डः** इत्युच्यते। वृत्तस्य एकः जीवः अपि च सङ्गतचापेन परिवृतः वित्तीय क्षेत्रस्य भागः एकः **वृत्तखण्डः** इत्युच्यते।



चित्र 4.26

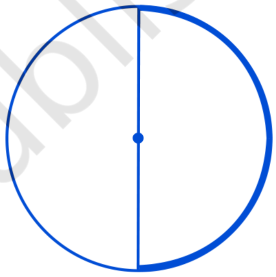
कमपि गोलाकारं वस्तु स्वीकुर्वन्तु। एकं रज्जुं स्वीकुर्वन्तु अपि च तं तस्य वस्तुनः अनुदिशि एकवारं स्थापयित्वा रज्जोः दीर्घतां मापयन्तु। रज्जोः सः दीर्घता वस्तु परितः एकवारं परिभ्रमयितुं स्वीकृतदूरम् अस्ति। एषः दीर्घता किं व्यक्तीकरोति ?

वृत्तस्य अनुदिशि गतदूरं तस्य **परिधिः** इति वदामः।

एतत् कुर्वन्तु

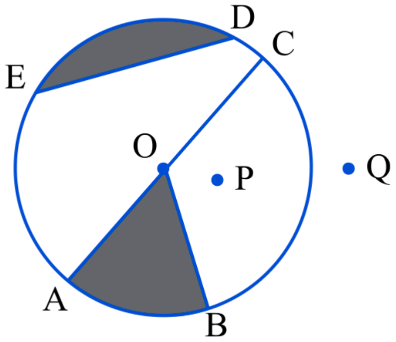
एकं वृत्तकारं पत्रं स्वीकुर्वन्तु। तत् पुटीकृत्य अर्धद्वयं कुर्वन्तु। नोदित्वा पुटचिह्नं कुर्वन्तु अपि च पत्रम् उद्घाटयन्तु। किं भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यत् वृत्तीयक्षेत्रं तस्य व्यासद्वारा द्वयोः अर्धभागयोः विभाजितम् अस्ति ? वृत्तस्य एकः व्यासः तं द्वयोः समानभागयोः विभाजनं करोति। प्रत्येकं भागः एकः अर्धवृत्तः इत्युच्यते।

एकः अर्धवृत्तः वृत्तस्य अर्धभागः अस्ति। यस्मिन् वृत्तस्य व्यासः (स्वस्य अन्त्यबिन्दुं त्यक्त्वा) सम्मिलितः नास्ति।



अभ्यासः 4.6

1. संलग्नाकृतिं दृष्ट्वा लिखन्तु।
   - (a) वृत्तस्य केन्द्रः
   - (b) तिस्रः त्रिज्याः
   - (c) एकः व्यासः
   - (d) एकः जीवः
   - (e) अन्तः बिन्दुद्वयम्
   - (f) बहिः एकः बिन्दुः
   - (g) एकः त्रिज्याखण्डः
   - (h) एकः वृत्तखण्डः



2. (a) किं वृत्तस्य प्रत्येकं व्यासः तस्य एकः जीवः अपि भवितुं शक्यते ?
   (b) किं वृत्तस्य प्रत्येकं जीवः तस्य एकः व्यासः अपि भवितुं शक्यते ?

3. कमपि वृत्तं रचयन्तु अपि च अधोदत्तान् अङ्कितान् कुर्वन्तु ।

(a) तस्य केन्द्रम्
(b) एका त्रिज्या
(c) एकः व्यासः
(d) एकः त्रिज्यखण्डः
(e) एकः वृत्तखण्डः
(f) तस्य अन्तः एकः बिन्दुः
(g) तस्य बहिर्भागे कश्चन बिन्दुः
(h) एकः चापः

4. सत्यम् अथवा असत्यम् इति वदन्तु ।

(a) वृत्तस्य व्यासद्वयम् अवश्यं प्रतिच्छेदं करोति ।
(b) वृत्तस्य केन्द्रः सदैव तस्य आभ्यन्तरे स्थितः भवति ।

वयं कस्मिन् विषये चर्चां कृतवन्तः

1. बिन्दुः एकां स्थितिं निर्धारयति । अमुं प्रायः आङ्ग्लभाषायाः स्थूलाक्षरेण व्यक्तीकुर्वन्ति ।
2. बिन्दुद्वयं योजयितुं समीपमार्गम् एकः रेखाखण्डः दर्शयति । बिन्दुं A अपि च B इत्याख्यं युज्यमानं रेखाखण्डं $\overline{AB}$ इत्यनेन दर्शयामः । $\overline{AB}$ अपि च $\overline{BA}$ इति द्वयमपि एकमेव रेखाखण्डं दर्शयति ।
3. यदि एकं रेखाखण्डं यथा $\overline{AB}$ इत्याख्यं द्वयोः अपि दिशयोः विना कमपि अन्त्यं विस्तृतं कुर्मः तर्हि अस्माकं कृते एका रेखा लभ्यते । इमां $\overleftrightarrow{AB}$ इत्यनेन व्यक्तीकुर्मः । इमां यदा कदापि l,m इति अक्षरैः व्यक्तीकुर्मः ।
4. द्वे विभिन्नरेखे यदा एका अन्यां कस्मिन्नपि बिन्दौ कर्तयति तर्हि ते प्रतिच्छेदिरेखे इति वदामः ।
5. द्वे रेखे यावत्पर्यन्तम् एका अन्यां न कर्तयति तर्हि ते समानान्तर-रेखे इति वदामः ।
6. किरणः रेखायाः एकः भागः भवति यः एकस्मात् बिन्दोः आरभ्य एकस्यां दिशि विना अन्त्यं विस्तृतः भवति ।
7. कागदे अङ्कनीम् अनुत्थाप्य लिखिताकृतिं एकः वक्रः इति वदामः । अस्मिन् सन्दर्भे एका रेखा अपि एकः वक्रः भवति ।
8. यदि कोऽपि वक्रः स्वं न कर्तयति तर्हि सः सरलवक्रः इति उच्यते ।
9. एकः वक्रः यस्य प्रान्तः योजितः स्यात् तर्हि पिहितवक्रः इति वदामः अन्यथा तम् उद्घाटितवक्रः इति वदामः ।
10. रेखाखण्डेभ्यः निर्मित पिहिताकृतिः बहुभुजः इति वदामः । यत्र-
    (i) बहुभुजं ये रेखाखण्डाः निर्मान्ति ते तस्य भुजाः सन्ति ।
    (ii) कौ अपि द्वौ भुजौ ययोः एकः उभयनिष्ठः अन्त्यबिन्दुः अस्ति तौ आसन्नभुजौ इति उच्येते ।
    (iii) द्वौ भुजौ यत्र स्पृशतः तं बिन्दुं बहुभुजस्य शीर्षकम् इति उच्येते ।

(iv) बहुभुजस्य एकस्य एव भुजस्य अन्त्यबिन्दुः आसन्नशीर्षकः इत्युच्यते।

(v) एतादृशाः शीर्षकाः ये आसन्नाः न सन्ति यत् तान् मेलयित्वा निर्मित-रेखाखण्डः बहुभुजस्य विकर्णः इत्युच्यते।

11. उभयनिष्ठ-प्रारम्भिक-बिन्दुयुक्ताभ्या द्वाभ्यां किरणाभ्यां एकः कोणः भवति।

द्वौ किरणौ $\overleftrightarrow{OA}$ अपि च $\overleftrightarrow{OB}$, $\angle AOB$ इति कोणं निर्मितः (अमुं $\angle BOA$ इत्यपि लेखितुं शक्नुमः)। कोणेन सम्बन्धितानि त्रीणि क्षेत्राणि सन्ति– कोणस्योपरि, कोणस्यान्तः, कोणस्य बहिः।

12. त्रिभुजः एकः त्रीभिः भुजैः युक्तः एकः बहुभुजः अस्ति।

13. चतुर्भिः भुजैः युक्तः एकः बहुभुजः चतुर्भुजः इत्युच्यते। अमुं शीर्षकाणाम् एकेन क्रमेण नामाङ्कनं कर्तव्यम् अस्ति।

कस्मिन्नपि चतुर्भुजे ABCD इत्याख्ये $\overline{AB}$ अपि च $\overline{DC}$ अपि च $\overline{AD}$ अपि च $\overline{BC}$ सम्मुखभुजानां युग्मौ स्तः। $\angle A$ अपि च $\angle C$ तथा $\angle B$ अपि च $\angle D$ सम्मुखकोणानां युग्मौ स्तः। $\angle A$ अपि च $\angle B$ आसन्नकोणौ स्तः। एवमेव आसन्नकोणानां त्रयः अन्ययुग्माः सन्ति।

14. एकस्मात् निश्चितबिन्दोः समानदूरे परिभ्रमणेन निर्मित-बिन्दूनां पथः वृत्तः इत्युच्यते। निश्चित-बिन्दुः वृत्तस्य केन्द्रः इत्युच्यते। निश्चितदूरं त्रिज्या इत्युच्यते। वृत्तस्य सर्वासु दिक्षु गतदूरं तस्य परिधिः इति वदामः।

वृत्तस्य उपरि कौ अपि द्वौ बिन्दू योज्यमानः रेखाखण्डः वृत्तस्य एकः जीवः इत्युच्यते।

केन्द्रद्वारा चलित-जीवः वृत्तस्य व्यासः अस्ति। वृत्तीय-क्षेत्रस्य सः भागः यः द्वे त्रिज्ये अपि च सङ्गतचापेन परिवृत्य निर्मितः भवति सः एकः त्रिज्याखण्डः इत्युच्यते। वृत्तस्य एकः जीवः अपि च सङ्गतचापेन परिवृतः वृत्तीयक्षेत्रस्य भागः एकः वृत्तखण्डः भवति। वृत्तस्य एकस्य व्यासस्य द्वौ अपि अन्त्यबिन्दू तं द्वयोः समानभागयोः विभाजनं कुरुतः। प्रत्येकमपि भागः एकः अर्धवृत्तः इत्युच्यते।